# 数　　学

200 点

9 時 00 分 ～ 10 時 30 分 (90 分)

## 注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は，$\boxed{1}$ から $\boxed{5}$ までの 5 問がある。出願時の申告に従って次の通り計 4 問を選択し，解答しなさい。

   「数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B」を選択した者(受験票に「数学」の表示がある者)は，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$ の 4 問を解答すること。

   「数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B」を選択した者(受験票に「数学(Ⅲを含む)」の表示がある者)は，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{5}$ の 4 問を解答すること。

| 選択した科目 | 受験票の表示 | 解答する問題 |
|---|---|---|
| **数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B** | 数学 | $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$ |
| **数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B** | 数学(Ⅲを含む) | $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{5}$ |

3. 解答用紙は 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。なお，「$\boxed{4}$ または $\boxed{5}$」と印刷されている解答用紙については，選択した問題番号を○で囲みなさい。
4. 解答開始の合図があった後に，必ず解答用紙のすべてに，本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

## 1　次の問いに答えよ。

(1)　実数$x$, $y$が, $x > 0$, $y > 0$, $2x + y = 1$を満たすとき, $xy$のとりうる値の最大値を求めよ。また, そのときの$x$, $y$の値を記せ。

(2)　$0 < \alpha < \pi$, $0 < \beta < \pi$, $\tan\alpha = \frac{2}{5}$, $\tan\beta = -\frac{3}{7}$のとき, $\tan(\alpha - \beta)$の値を求めよ。さらに, $\alpha - \beta$の値を求めよ。

(3)　等比数列$\{a_n\}$の初項から第6項までの和が9であり, かつすべての自然数$n$に対して$a_n + 4a_{n+2} = 4a_{n+1}$が成り立つとき, この等比数列の初項と公比を求めよ。

**2** 100 枚のカードに 1 から 100 までの整数が 1 枚につき 1 つずつ書かれている。この 100 枚のカードを次のようにして 3 つの箱 A，B，C に分けて入れる：

・3 で割り切れる奇数が書かれたカードはすべて箱 A に入れる。

・3 で割り切れない偶数が書かれたカードはすべて箱 B に入れる。

・箱 A にも箱 B にも入れられなかったカードはすべて箱 C に入れる。

このとき，次の問いに答えよ。

(1) 箱 A から無作為に取り出した 1 枚のカードに書かれている数が 7 の倍数である確率を求めよ。

(2) 箱 A と箱 B からそれぞれ 1 枚ずつカードを無作為に取り出すとき，取り出された 2 枚のカードに書かれている数の積が 49 の倍数である確率を求めよ。

(3) 箱 A，箱 B，箱 C からそれぞれ 1 枚ずつカードを無作為に取り出すとき，取り出された 3 枚のカードに書かれている数がすべて 7 の倍数である確率を求めよ。

**3** 座標空間内の３点A$(6, -2, 9)$，B$(4, -6, 3)$，C$(3, -1, 7)$について，次の問いに答えよ。

(1) △ABCは直角三角形であることを示せ。

(2) ３点A，B，Cは，平面ABC上のある正六角形の頂点である。この正六角形の，A，B，C以外の３つの頂点の座標をすべて求めよ。

次の２問 $\boxed{4}$，$\boxed{5}$ のうちから，**表紙の注意事項２．**に指示されているように**出願時の申告に従って次の通り１問を選択**し，解答せよ。

| 選択した科目 | 受験票の表示 | 解答する問題 |
|---|---|---|
| **数Ⅰ・数Ⅱ・数Ａ・数Ｂ** | 数学 | $\boxed{4}$ |
| **数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数Ａ・数Ｂ** | 数学（Ⅲを含む） | $\boxed{5}$ |

$\boxed{4}$ $f(x) = x^3 + 5x^2 - 3x - 9$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 $(-3,\ 0)$ を通り曲線 $y = f(x)$ に接する直線と，曲線 $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

(2) 点 $(-3,\ 0)$ と点 $(-1,\ f(-1))$ を通る直線と曲線 $y = f(x)$ のすべての交点の $x$ 座標をそれぞれ求めよ。

(3) 方程式 $f(x) = m(x + 3)$ が３つの相異なる整数解をもつような定数 $m$ の値をすべて求めよ。

$\boxed{5}$ 次の問いに答えよ。

(1) 定積分 $\displaystyle\int_1^{e^2} \frac{\log x}{x}\,dx$ を計算せよ。

(2) 関数 $f(x) = \dfrac{x^3 + 18x^2 - 2x - 4}{x + 2}$ の極値をすべて求めよ。

(3) すべての実数 $x$ に対し $4x - x^2 \leqq g(x) \leqq 2 + x^2$ を満たす関数 $g(x)$ は，$x = 1$ において微分可能であることを示せ。